

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет прикладной математики и информатики

Кафедра математического моделирования и управления

КИРКОРОВА ЛЮБОВЬ СЕРГЕЕВНА

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КАПИЛЛЯРНОЙ
ГИДРОСТАТИКИ О РАВНОВЕСНЫХ ФОРМАХ ЖИДКОСТИ,
ВЫДАВЛИВАЕМОЙ ИЗ КАПИЛЛЯРА**

Дипломная работа
студентки 5 курса 6 группы

“Допустить к защите“

Зав. кафедрой ММУ

_____ Гайшун И.В.

“ ___ ” _____ 2010 г.

Руководитель

Полевиков Виктор Кузьмич

кандидат физико-математических
наук, доцент

Рецензент

Ерофеев Виктор Тихонович

доктор физико-математических
наук, профессор

Минск 2010

АННОТАЦИЯ

В данной работе построен и реализован алгоритм численного моделирования квазиравновесных форм свободной поверхности жидкости, выдавливаемой из капилляра.

ANNOTATION

In this work algorithm of numerical modeling of quasiequilibrium form of the free liquid surface squeezed out of the capillary is built and implemented.

АННТАЦЫЯ

У дадзенай рабоце пабудаваны і рэалізаваны алгарытм лікавага мадэлявання квазіраўнавесных формаў свабоднай паверхні вадкасці, выцісканай з капіляраў.

РЕФЕРАТ

Дипломная работа, 43 с., 10 рис., 4 источника, 1 приложение.

ИТЕРАЦИОННО-РАЗНОСТНЫЙ МЕТОД, ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ, ФОРМА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ, ОБЕЗРАЗМЕРИВАНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ

Объект исследования – система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих равновесную форму свободной поверхности жидкости.

Цель работы – построение алгоритма и задачи о численном решении и равновесных формах жидкости, выдавливаемой из капилляра.

Метод исследования – итерационно-разностный метод.

Результаты работы – построение и реализация алгоритма численного решения задачи о выдавливании жидкости из капилляра, визуализация полученных результатов в виде графиков, демонстрирующих эволюцию свободной поверхности жидкости.

Область применения – прикладные задачи гидростатики с нерегулярной линией контакта.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1 ЗАДАНИЕ	Error! Bookmark not defined.
2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ О ВЫДАВЛИВАНИИ ЖИДКОСТИ ИЗ КАПИЛЛЯРА.....	Error! Bookmark not defined.
2.1 Постановка задачи.....	Error! Bookmark not defined.
2.2 Параметрические уравнения свободной поверхности.....	Error! Bookmark not defined.
2.3 Граничные условия	Error! Bookmark not defined.
2.4 Нелокальное интегральное условие	Error! Bookmark not defined.
2.5 Обезразмеривание переменных	Error! Bookmark not defined.
2.5 Первый вариант задачи (жидкость движется снизу вверх).....	Error! Bookmark not defined.
2.5.1 Подзадача 1 (задача с закрепленными концами).....	Error! Bookmark not defined.
2.5.2 Подзадача 2. $U < U_1$ (жидкость находится внутри капилляра).....	Error! Bookmark not defined.
2.5.3 Подзадача 3. $U > U_2$ (жидкость растекается по горизонтальной поверхности)	Error! Bookmark not defined.
2.6 Второй вариант задачи (жидкость движется сверху вниз).....	Error! Bookmark not defined.
2.6.1 Подзадача 1 (задача с закрепленными концами).....	Error! Bookmark not defined.
2.6.2 Подзадача 2. $U < U_1$ (жидкость находится внутри капилляра).....	Error! Bookmark not defined.
2.6.3 Подзадача 3. $U > U_2$ (капля, висящая на горизонтальной поверхности).....	Error! Bookmark not defined.
3 ИТЕРАЦИОННО-РАЗНОСТНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О КВАЗИРАВНОВЕСНЫХ ФОРМАХ КАПИЛЛЯРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ.....	Error! Bookmark not defined.
3.1 Аналитическое решение для $Bo = 0$	Error! Bookmark not defined.
3.2 Вычислительный алгоритм	Error! Bookmark not defined.
3.3 Тестовая задача об отрыве капли от горизонтальной плоскости.....	Error! Bookmark not defined.
3.3.1 Постановка задачи и алгоритм решения	Error! Bookmark not defined.
3.3.2 Численные результаты решения.....	Error! Bookmark not defined.
4 РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ.....	Error! Bookmark not defined.
4.1 Отрыв капли от горизонтальной поверхности.	Error! Bookmark not defined.
4.2 Визуализация полученного решения	Error! Bookmark not defined.
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	6
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ	7
ПРИЛОЖЕНИЕ А	8

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе рассматривается задача численного описания квазиравновесной формы жидкости, выдавливаемой из капилляра, в двух случаях: когда жидкость выдавливается вверх и когда выдавливается вниз. Специфика задачи состоит в том, что сначала жидкость движется по регулярной цилиндрической поверхности капилляра, потом переходит точку излома в основании капилляра. И далее жидкость начинает растекаться по горизонтальной поверхности. Таким образом, в каждом из двух случаев, в зависимости от положения точки контакта жидкости и капилляра, задача включает в себя три подзадачи с двумя видами граничных условий. В этом и состоит главная сложность ее решения.

Форма капиллярной поверхности описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, аналитическое решение которой можно найти только в некоторых частных случаях. Поэтому для решения данной задачи необходимо использовать численные методы.

Ранее численно данная задача не решалась, были только предприняты попытки получить некоторые теоретические выводы [1, 2]. Таким образом, численно данная задача решается впервые.

Для этого используется итерационно-разностный метод решения нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих капиллярную поверхность, который подробно описан в [3]. Также используется замена переменных, которая имеет важное значение для построения алгоритма данного метода.

.....Последующий текст удален до главы ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для описания формы поверхности жидкости использовались системы нелинейных дифференциальных уравнений, решение которых было получено итерационно-разностным методом. Большую роль в получении алгоритма данного метода играет замена переменных. В результате решение получается в безразмерном виде, поэтому для получения размерного решения необходимо делать пересчет переменных.

Для получения численного решения использовалась сетка со 100 узлами, а решение вычислялось для случая $Bo = 1$ с различными значениями угла

смачивания $\alpha = \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}$.

Результаты вычислений визуализированы на представленных в данной дипломной работе графиках. Также было посчитано критическое значение числа Бонда, при котором происходит отрыв капли.

Алгоритм был проверен на модельной задаче, для которой известно аналитическое значение критического числа Бонда.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Мышкис, А.Д. Методы решения гидромеханики для условий невесомости / А.Д. Мышкис, В.Г. Бабский, М.Ю. Жуков, Н.Д. Копачевский, Л.А. Слобожанин, А.Д. Тюнцов. – Киев: Наукова думка, 1992.
2. Мышкис, А.Д. Гидромеханика невесомости / А.Д. Мышкис, В.Г. Бабский, Н.Д. Копачевский, Л.А. Слобожанин, А.Д. Тюнцов. – М.: Наука, 1976.
3. Polevikov V. K. Methods for numerical modeling of two-dimensional capillary surfaces // Computational Methods in Applied Mathematics. – 2004. — Vol. 4, № 1. — P. 66-93.
4. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1983.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Листинг программы, написанной на языке Fortran

```
!  
! main.f90  
!  
! Main program.
```

.....Текст программы из данного документа удален.....